Estrutura de Dados II

Ordenação em Memória Primária - Parte I

Prof. Dr. Marcelo Otone Aguiar

Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

22 de Agosto de 2024

Conteúdo

Conceitos Gerais

- Ordenar corresponde ao processo de rearranjar um conjunto de objetos em ordem ascendente ou descendente
- O objetivo principal é facilitar a recuperação posterior de itens do conjunto ordenado
- Em geral os algoritmos trabalham sobre os registros de um arquivo. Apenas uma parte do registro, chamada chave, é utilizada para controlar a ordenação
- Além da chave, podem existir outros componentes em um registro, os quais não têm influência no processo de ordenar

Conceitos Gerais

- A escolha do tipo para a chave é arbitrária
- As ordens numéricas ou alfabéticas são usuais
- Um método de ordenação é dito **estável** se a ordem relativa dos itens com chaves iguais mantém-se inalterada pelo processo de ordenação
- **Exemplo:** se uma lista alfabética de nomes de funcionários de uma empresa é ordenada pelo campo salário, então um método estável produz uma lista em que os funcionários com mesmo salário aparecem em ordem alfabética

Conceitos Gerais

- Os métodos de ordenação são classificados em dois grandes grupos:
  - **Ordenação interna:** quando o arquivo a ser ordenado cabe todo na memória principal
  - **Ordenação externa:** quando o arquivo não cabe na memória principal e precisa ser armazenado na memória secundária
- A principal diferença é que na **ordenação interna** qualquer registro pode ser **imediatamente acessado**, na **ordenação externa** os registros são **acessados sequencialmente** ou em grandes blocos

Conceitos Gerais

- A grande maioria dos métodos de ordenação é baseada em **comparações das chaves**
- Porém, existem métodos de ordenação que utilizam o princípio da **distribuição**
- Os métodos de **ordenação por distribuição** são também conhecidos, como **ordenação por contagem**, **ordenação digital**. Exemplos de métodos são: **radixsort** ou **bucketsort**
- Uma das dificuldades de implementar esses métodos está relacionada com o problema de lidar com a memória necessária para armazenar os itens distribuídos

Conceitos Gerais

- O aspecto predominante na escolha do algoritmo de ordenação é o tempo gasto para ordenar um arquivo
- A estratégia mais adotada é a comparação de chaves, assim, as medidas de complexidade contam o número de comparações entre chaves e o número de trocas de itens do arquivo
- A quantidade extra de memória auxiliar utilizada pelo algoritmo é também um aspecto importante
- O uso econômico da memória disponível é um requisito primordial na ordenação

Conceitos Gerais

- Os métodos que utilizam o princípio da comparação de chaves podem ser divididos em **métodos simples** e **métodos eficientes**
- Os métodos simples são adequados para pequenos arquivos e requerem $O(n^2)$ comparações
- Os métodos eficientes são adequados para arquivos maiores e requerem $O(nlogn)$ comparações
- Os métodos simples produzem programas pequenos, fáceis de entender, que ilustram com simplicidade os princípios de ordenação por comparação

Ordenação por Troca Direta (Bolha)

- O método de **ordenação Bolha** é bastante simples, e talvez seja o método de ordenação mais difundido
- Uma iteração do mesmo se limita a percorrer a tabela do início ao fim, sem interrupção, trocando de posição dois elementos consecutivos sempre que estes se apresentem fora de ordem
- Intuitivamente percebe-se que a intenção do método é mover os elementos maiores em direção ao fim da tabela
- Ao terminar a primeira iteração pode-se garantir que as trocas realizadas posicionam o maior elemento na última posição
- Na segunda iteração, o segundo maior elemento é posicionado, e assim sucessivamente
- O processamento é repetido então n–1 vezes

Ordenação por Troca Direta (Bolha)

índices	0	1	2	3	4
chaves	4	1	3	7	2
i=4 j=0	1	4	3	7	2
j=1	1	3	4	7	2
j=2	1	3	4	7	2
j=3	1	3	4	2	7
i=3 j=0	1	3	4	2	
j=1	1	3	4	2	
j=2	1	3	2	4	
i=2 j=0	1	3	2		
j=1	1	2	3		
i=1 j=0	1	2			

Ordenação por Troca Direta (Bolha)

- Vantagens:
  - Algoritmo simples
  - O método é estável
- Desvantagens:
  - Muitas trocas de itens
- Complexidade:
  - Melhor caso: $O(n^2)$
  - Pior caso: $O(n^2)$

Pseudo-código

```
In: conjunto contendo dados a serem ordenados
Out: conjunto ordenado
begin
  for i<-n-1 to 1 do
    for j<-0 to j<i do
      if V[j] > V[j+1] then
          aux <- V[j]
          V[j] <- V[j+1]
          V[j+1] <- aux
      end if
    end for
  end for
end
```

Bolha com critério de parada

- O algoritmo apresentado é claramente ruim, pois sua complexidade de pior caso é igual à de melhor caso, $O(n^2)$, devido aos percursos estipulados para as variáveis i e j
- Pode-se, entretanto, pensar em alguns critérios de parada que levariam em consideração comparações desnecessárias, isto é, comparações executadas em partes da tabela sabidamente já ordenadas
- Conforme pode ser visto no próximo algoritmo

Pseudo-código

```
In: conjunto contendo dados a serem ordenados
Out: conjunto ordenado
begin
  fim <- n-1
  trocou <- verdade
  while trocou = verdade do
    trocou <- falso
    for j<-0 to j<fim do
      if V[j] > V[j+1] then
          aux <- V[j]
          V[j] <- V[j+1]
          V[j+1] <- aux
          trocou = verdade
      end if
    end for
    fim <- fim-1
  end while
end
```

Bolha com critério de parada

- O critério de parada resulta do fato de que, se a tabela está ordenada, o algoritmo é executado em toda sua extensão desnecessariamente
- Uma variável lógica *trocou* é então introduzida com a finalidade de sinalizar se pelo menos uma troca foi realizada
- Caso isso não ocorra, o algoritmo pode ser encerrado. Essa simples alteração afeta a complexidade do melhor caso do algoritmo, que passa a ser $O(n)$, uma vez que, se a tabela já está ordenada, apenas um percurso é realizado

Bolha par-ímpar

- Variação do algoritmo Bolha, útil para processamento em paralelo
- O algoritmo é dividido em duas fases: par e ímpar
- Na **fase par** a classificação ocorre pelo método Bolha aplicada aos os elementos indexados pares
- Na **fase ímpar** a classificação é aplicada aos elementos ímpares

Pseudo-código

```
1   In: conjunto contendo dados a serem ordenados
2   Out: conjunto ordenado
3   begin
4     trocou <- verdade
5     while trocou = verdade do
6       trocou <- falso
7       for j<-0 to j <= n-2 passo 2 do
8         if V[j] > V[j+1] then
9             aux <- V[j]
10            V[j] <- V[j+1]
11            V[j+1] <- aux
12            trocou = verdade
13        end if
14      end for
15      for j<-1 to j <= n-2 passo 2 do
16        if V[j] > V[j+1] then
17            aux <- V[j]
18            V[j] <- V[j+1]
19            V[j+1] <- aux
20            trocou = verdade
21        end if
22      end for
23    end while
24  end
```

Ordenação por Inserção Direta

- Princípio do funcionamento:
  - Em cada passo, a partir de $i = 2$, o $i - esimo$ item da sequência fonte é apanhado e transferido para a sequência destino, sendo inserido no seu lugar apropriado
  - A troca é feita sempre que apropriado
  - Basicamente, ele percorre um vetor de elementos da esquerda para a direita e à medida que avança vai deixando os elementos mais à esquerda ordenados

Ordenação por Inserção Direta

- Para arquivos já ordenados, o algoritmo descobre a um custo $O(n)$ que cada item já está no seu lugar
- Logo, o método da inserção é indicado quando o arquivo está **quase** ordenado
- É também um método indicado quando se deseja adicionar poucos itens a um arquivo já ordenado e depois obter outro arquivo ordenado: neste caso o custo é linear

Ordenação por Inserção Direta

índices	0	1	2	3	4
chaves	4	1	3	7	2
i=1 j=0 aux=1	4	4	3	7	2
	1	4	3	7	2
i=2 j=1 aux=3	1	4	4	7	2
j=0 aux=3	1	4	4	7	2
	1	3	4	7	2
i=3 j=2 aux=7	1	3	4	7	2
j=1 aux=7	1	3	4	7	2
j=0 aux=7	1	3	4	7	2
	1	3	4	7	2

Ordenação por Inserção Direta

índices	0	1	2	3	4
chaves	4	1	3	7	2
	1	3	4	7	2
i=4 j=3 aux=2	1	3	4	7	7
j=2 aux=2	1	3	4	4	7
j=1 aux=2	1	3	3	4	7
j=0 aux=2	1	3	3	4	7
	1	2	3	4	7

Ordenação por Inserção Direta

- Vantagens:
  - Algoritmo simples
  - O método é estável
  - Eficiente para arquivos quase ordenados (melhor caso)
- Desvantagens:
  - Muitas trocas de itens
- Complexidade:
  - Melhor caso: $O(n)$
  - Pior caso: $O(n^2)$

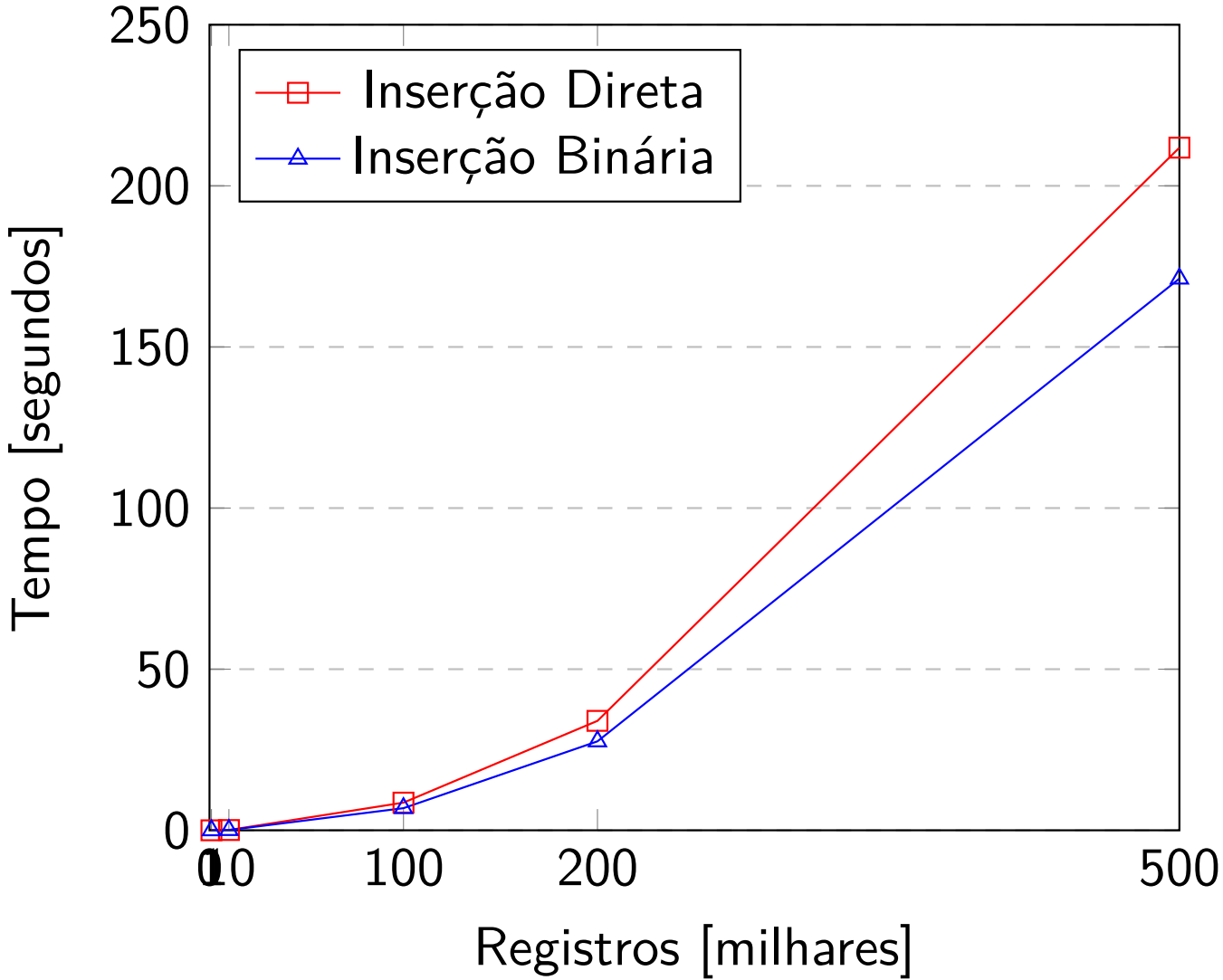
Pseudo-código

```
In: conjunto contendo dados a serem ordenados
Out: conjunto ordenado
begin
  for i<-1 to n-1 do
    aux <- V[i]
    j <- i-1
    while j >= 0 and aux < V[j] do
      V[j+1] <- V[j]
      j <- j-1
    end while
    if j <> (i-1) then
      V[j+1] <- aux
    end if
  end for
end
```

Ordenação por inserção binária

- O algoritmo de inserção direta pode ser aperfeiçoado observando-se que a sequência destino $a[1], a[2], ..., a[i-1]$, na qual deve ser inserido o elemento x, quando a mesma já está ordenada
- Assim, pode-se utilizar um método mais rápido para determinar o ponto correto de inserção
- A escolha óbvia é a busca binária, que divide a sequência destino no seu ponto central, continuando a divisão até encontrar o ponto correto de inserção

Análise do Comportamento de Ordenação por Inserção



Ordenação por Inserção Binária

- Vantagens:
  - Reduz o número de comparações em relação à Inserção Direta
  - O método é estável
  - Eficiente para arquivos quase ordenados (melhor caso)
- Desvantagens:
  - Muitas trocas de itens
- Complexidade:
  - Melhor caso: $O(n)$
  - Pior caso: $O(n^2)$

Pseudo-código

```
1   In: conjunto contendo dados a serem ordenados
2   Out: conjunto ordenado
3   begin
4     for i<-1 to n-1 do
5       aux <- V[i]
6       esq <- 0
7       dir <- i
8       while esq < dir do
9         meio <- (esq + dir) / 2
10        if V[meio] <= aux then
11          esq = meio + 1
12        else
13          dir = meio
14        end if
15      end while
16      for (j<-i to esq) do
17        V[j] <- V[j-1]
18      end for
19      V[dir] <- aux
20    end for
21  end
```

Ordenação por inserção com diminuição de incremento (Shellsort)

- Shell (1959) propôs uma extensão do algoritmo de ordenação por inserção
- O método da inserção troca itens adjacentes quando se está procurando o ponto de inserção na sequência destino
- Assim, se o menor item estiver na posição mais a direita no vetor, o número de comparações e movimentações é igual a $n - 1$ para encontrar o seu ponto de inserção
- O método de **Shell** contorna esse problema, permitindo trocas de registros que estão distantes um do outro

Ordenação por inserção com diminuição de incremento (Shellsort)

- Os itens que estão separados h posições são rearranjados de tal forma que todo $h - esimo$ item leva a uma sequência ordenada. Tal sequência é dita $h - ordenada$
- **Shellsort** é uma ótima opção para arquivos de tamanho moderado, mesmo porque sua implementação é simples e requer uma quantidade de código pequena
- O método não é estável, pois ele nem sempre deixa registros com chaves iguais na mesma posição relativa

Shellsort

índices	0	1	2	3	4
chaves	4	7	3	1	2
h=4 i=4 j=0 aux=2	4	7	3	1	4
	2	7	3	1	4
h=2 i=2 j=0 aux=3	2	7	3	1	4
i=3 j=1 aux=1	2	7	3	7	4
	2	1	3	7	4
i=4 j=2 aux=4	2	1	3	7	4

Shellsort

índices	0	1	2	3	4
chaves	4	7	3	1	2
	2	1	3	7	4
h=1 i=1 j=0 aux=1	2	2	3	7	4
	1	2	3	7	4
i=2 j=1 aux=3	1	2	3	7	4
i=3 j=2 aux=7	1	2	3	7	4
i=4 j=3 aux=4	1	2	3	7	7
	1	2	3	4	7

Shellsort

- Vantagens:
  - Implementação simples
  - Contorna o problema da ordenação por Inserção, possibilitando a troca de itens distantes um do outro
  - Com a troca de itens distantes, a etapa final do algoritmo se resumo à aplicação da ordenação por Inserção em um conjunto quase ordenado
  - Ótima opção para arquivos de tamanho moderado
- Desvantagens:
  - O tempo de execução é sensível à ordem inicial do conjunto
  - O método não é estável
- Complexidade:
  - Ainda há muita dúvida sobre a complexidade desse algoritmo
  - Melhor caso: $O(nlog_2 n)$
  - Pior caso (melhor conhecida): $O(nlog_2 n)$

Pseudo-código

```
In: conjunto contendo dados a serem ordenados
Out: conjunto ordenado
begin
  h <- n/2

  while h > 1 do
    for i<-h to n do
      aux <- V[i]
      j <- i - h
      while j >= 0 and aux < V[j] do
        V[j+h] <- V[j]
        j <- j - h
      end while
      V[j+h] <- aux
    end for
    h <- h/2
  end while
end
```

Ordenação por Seleção Direta

- Princípio do funcionamento:
  - Selecione o **menor item** do vetor e a seguir **troque-o** com o **item** que está **na primeira posição** do vetor
  - Repita essas duas operações com os n–1 itens restantes, depois com os n–2 itens, até que reste apenas um elemento
- O algoritmo de ordenação por seleção é um dos métodos de ordenação mais simples que existem
- O número de movimentações de registro é linear no tamanho da entrada, consequentemente, este é indicado para arquivos com registros muito grandes

Ordenação por Seleção Direta

índices			0	1	2	3	4
chaves			4	1	3	7	2
min=0	i=0	j=1	4	1	3	7	2
min = 1		j=2					
min = 1		j=3					
min = 1		j=4					
min = 1			1	4	3	7	2
min=1	i=1	j=2	1	4	3	7	2
min = 2		j=3					
min = 2		j=4					
min = 4			1	2	3	7	4

Ordenação por Seleção Direta

índices	0	1	2	3	4
chaves	4	1	3	7	2
	1	2	3	7	4
min=2 i=2 j=3	1	2	3	7	4
min = 2 j=4					
	1	2	3	7	4
min=3 i=3 j=4	1	2	3	7	4
min=4	1	2	3	4	7

Ordenação por Seleção Direta

- Vantagens:
  - Algoritmo simples
  - Realiza poucas trocas
  - Não necessidade de vetor auxiliar (*in-place*)
  - Útil na ordenação de conjuntos pequenos
- Desvantagens:
  - Método **não** é estável
  - Muitas comparações independente do vetor estar ou não ordenado
  - Muito lento para conjuntos grandes de dados
- Complexidade:
  - Melhor caso: $O(n^2)$
  - Pior caso: $O(n^2)$

Pseudo-código

```
In: conjunto contendo dados a serem ordenados
Out: conjunto ordenado
begin
  for i<-0 to n-1 do
    min <- i
    for j<-i+1 to n do
      if V[j] < V[min] then
        min <- j
      end if
    end for
    if i <> min then
      aux <- V[i]
      V[i] <- V[min]
      V[min] <- aux
    end if
  end for
end
```